

ACTIVIDADES RESUELTAS DE LOGARITMOS

1.) Calcula los siguientes logaritmos:

a) $\log_3 729$

f) $\log 0,1$

j) $\log_3 \sqrt[3]{81}$

b) $\log_3 \frac{1}{9}$

g) $\log_5 \sqrt{\frac{1}{5}}$

k) $\text{Ln} \frac{1}{e^2}$

c) $\log_2 \sqrt{2}$

h) $\log_5 5^{-6}$

l) $\text{Ln} \sqrt{e}$

d) $\log_2 0,0625$

i) $\log \left(\frac{1}{100} \right)^2$

e) $\log 100000$

2.) Halla el valor de x en cada uno de los casos.

a) $\log_x 16 = 2$

d) $\log_2 (4x) = 3$

b) $\log_3 x = \frac{1}{2}$

e) $\log(x+1) = 4$

c) $\log x = -1$

f) $\log_x 9 = 4$

3.) Indica entre qué números enteros se encuentran los siguientes logaritmos.

a) $\log 2008$

c) $\log 12500$

b) $\log_2 95$

d) $\log_3 103$

4.) Sabiendo que $\log A = -1,2$, $\log B = 0,7$ y $\log C = 2,3$, calcula utilizando las propiedades de los logaritmos:

a) $\log \frac{A \cdot B}{10C}$

c) $\log \sqrt{\frac{1000 \cdot A}{B}}$

b) $\log \frac{A^2}{B \cdot C}$

d) $\log \frac{\sqrt{A} \cdot B^2}{C^3}$

5.) Halla el valor de x en cada caso aplicando las propiedades de los logaritmos.

a) $\log x = \log 25 - \log 3$

c) $\text{Ln} x = 3\text{Ln} 6 + \frac{1}{2}\text{Ln} 5$

b) $\log x = 2\log 3 - 1$

d) $\log x = \frac{1}{2}\log 25 + 2\log 3 - \log 4$

6.) Expresa como un solo logaritmo cada una de las siguientes expresiones.

a) $2\log A + 3\log B$

c) $\frac{1}{2}\log_2 x - 2\log_2 y + \log_2 z$

b) $1 + 2\log A - 2\log B$

d) $\frac{3}{4}\text{Ln} A - \frac{2}{5}\text{Ln} B$

SOLUCIONES DE LOS EJERCICIOS:

1.) Para resolver este ejercicio utilizaremos la propiedad $\log_a a^n = n$

a) $\log_3 729 = \log_3 3^6 = 6$

b) Como $\frac{1}{9} = \frac{1}{3^2} = 3^{-2} \Rightarrow \log_3 \frac{1}{9} = \log_3 3^{-2} = -2$

c) $\log_2 \sqrt{2} = \log_2 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$

d) Sabiendo que $0,0625 = \frac{625}{10000} = \frac{1}{16} = \frac{1}{2^4} = 2^{-4} \Rightarrow \log_2 0,0625 = \log_2 2^{-4} = -4$

e) $\log 100000 = \log 10^5 = 5$

f) $\log 0,1 = \log 10^{-1} = -1$

g) Si $\sqrt{\frac{1}{5}} = (5^{-1})^{\frac{1}{2}} = 5^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow \log_5 \sqrt{\frac{1}{5}} = \log_5 5^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}$

h) $\log_5 5^{-6} = -6$

i) $\left(\frac{1}{100}\right)^2 = (10^{-2})^2 = 10^{-4} \Rightarrow \log\left(\frac{1}{100}\right)^2 = \log 10^{-4} = -4$

j) Sabiendo que $\sqrt[3]{81} = (3^4)^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{4}{3}} \Rightarrow \log_3 \sqrt[3]{81} = \log_3 3^{\frac{4}{3}} = \frac{4}{3}$

k) $\ln \frac{1}{e^2} = \log_e e^{-2} = -2$

l) $\ln \sqrt{e} = \log_e e^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$

2.) Para resolver este ejercicio aplicaremos la definición de logaritmo $\log_a P = x \Rightarrow P = a^x$

a) $\log_x 16 = 2 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = +\sqrt{16} = 4$

b) $\log_3 x = \frac{1}{2} \Rightarrow 3^{\frac{1}{2}} = x \Rightarrow x = \sqrt{3}$

c) $\log x = -1 \Rightarrow 10^{-1} = x \Rightarrow x = 0,1$

d) $\log_2 (4x) = 3 \Rightarrow 4x = 2^3 \Rightarrow x = \frac{8}{4} \Rightarrow x = 2$

e) $\log(x+1) = 4 \Rightarrow x+1 = 10^4 \Rightarrow x = 10000 - 1 \Rightarrow x = 9999$

f) $\log_x 9 = 4 \Rightarrow x^4 = 9 \Rightarrow x = \sqrt[4]{9} \Rightarrow x = \sqrt{3}$

3.) Partiendo de la propiedad $\text{Si } P < Q \Rightarrow \log_a P < \log_a Q$

a) $10^3 < 2008 < 10^4 \Rightarrow \log 10^3 < \log 2008 < \log 10^4 \Rightarrow 3 < \log 2008 < 4$

b) $2^6 < 95 < 2^7 \Rightarrow \log_2 2^6 < \log_2 95 < \log_2 2^7 \Rightarrow 6 < \log_2 95 < 7$

c) $10^4 < 12500 < 10^5 \Rightarrow \log 10^4 < \log 12500 < \log 10^5 \Rightarrow 4 < \log 12500 < 5$

$$d) 3^4 < 103 < 3^5 \Rightarrow \log_3 3^4 < \log_3 103 < \log_3 3^5 \Rightarrow 4 < \log_3 103 < 5$$

4.) Para resolver estos ejercicios debemos recordar las propiedades de las potencias.

LOGARITMO DE UN PRODUCTO

$$\log_a P + \log_a Q = \log_a (P \cdot Q)$$

LOGARITMO DE UN COCIENTE

$$\log_a P - \log_a Q = \log_a \left(\frac{P}{Q} \right)$$

LOGARITMO DE UNA POTENCIA

$$\log_a P^n = n \cdot \log_a P$$

LOGARITMO DE UNA RAÍZ

$$\log_a \sqrt[n]{P} = \frac{1}{n} \cdot \log_a P$$

$$a) \log \frac{A^2}{B \cdot C} = \log A^2 - \log(BC) = 2 \cdot \log A - (\log B + \log C) = 2 \cdot (-1,2) - (0,7 + 2,3) = -5,4$$

$$b) \log \frac{A \cdot B}{10C} = \log(A \cdot B) - \log 10C = \log A + \log B - (\log 10 + \log C) = -1,2 + 0,7 - (1 + 2,3) = -3,8$$

$$c) \log \sqrt{\frac{1000A}{B}} = \log \left(\frac{1000A}{B} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log \left(\frac{1000A}{B} \right) = \frac{1}{2} (\log 1000A - \log B) = \frac{1}{2} (\log 1000 + \log A - \log B) = \\ = \frac{1}{2} (3 - 1,2 - 0,7) = 0,55$$

$$d) \log \frac{\sqrt{A} \cdot B^2}{C^3} = \log(\sqrt{A} \cdot B^2) - \log C^3 = \log \sqrt{A} + \log B^2 - \log C^3 = \frac{1}{2} \log A + 2 \log B - 3 \log C = \\ = \frac{1}{2} \cdot (-1,2) + 2 \cdot 0,7 - 3 \cdot 2,3 = -6,1$$

5.)

$$a) \log x = \log 25 - \log 3 \Rightarrow \log x = \log \left(\frac{25}{3} \right) \Rightarrow x = \frac{25}{3}$$

$$b) \log x = 2 \log 3 - 1 \Rightarrow \log x = \log 3^2 - \log 10 \Rightarrow \log x = \log \left(\frac{3^2}{10} \right) \Rightarrow x = \frac{9}{10}$$

$$c) \ln x = 3 \ln 6 + \frac{1}{2} \ln 5 \Rightarrow \ln x = \ln 6^3 + \ln 5^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \ln x = \ln \left(6^3 \cdot 5^{\frac{1}{2}} \right) \Rightarrow x = 216\sqrt{5}$$

$$d) \log x = \frac{1}{2} \log 25 + 2 \log 3 - \log 4 \Rightarrow \log x = \log 25^{\frac{1}{2}} + \log 3^2 - \log 4 \Rightarrow \log x = \log \left(\frac{25^{\frac{1}{2}} \cdot 3^2}{4} \right) \Rightarrow x = \frac{\sqrt{25} \cdot 9}{4} \Rightarrow \\ x = \frac{45}{4}$$

6.)

a) $2\log A + 3\log B = \log A^2 + \log B^3 = \log(A^2 \cdot B^3)$

b) $1 + 2\log A - 2\log B = \log 10 + \log A^2 - \log B^2 = \log\left(\frac{10 \cdot A^2}{B^2}\right)$

c) $\frac{1}{2}\log_2 x - 2\log_2 y + \log_2 z = \log_2 x^{\frac{1}{2}} - \log_2 y^2 + \log_2 z = \log_2\left(\frac{\sqrt{x} \cdot z}{y^2}\right)$

d) $\frac{3}{4}\ln A - \frac{2}{5}\ln B = \ln A^{\frac{3}{4}} - \ln B^{\frac{2}{5}} = \ln\left(\frac{\sqrt[4]{A^3}}{\sqrt[5]{B^2}}\right)$